Koppel- und Besteckrechnung

Koppelrechnung bedeutet von einer gegebenen Position mit einem bestimmten Kurs und Distanz eine Zielposition zu bestimmen.

Gegeben sind: φ_A, λ_A, α (Kurs) und d (Distanz) Gesucht werden: φ_B und λ_B

Besteckrechnung bedeutet die Differenz zwischen zwei Positionen als Entfernung und Kurs zu ermitteln.

Gegeben sind: φ_A, λ_A, φ_B und λ_B Gesucht werden: α (Kurs) und d (Distanz)

Prinzipiell sind beide obigen Aufgabenstellungen loxodromsch oder orthodromsch berechenbar.

Loxodromsch bedeutet mit konstantem Kurs aber nicht die kürzeste Strecke auf der Erdkugel zu nutzen. Bei kürzeren Entfernungen (< 100 sm) wird mit „Mittelbreite“ sonst mit „vergrößerter Breite“ gerechnet.

Orthodromsch ist die Nutzung der Großkreise und daher die kürzeste Entfernung auf der Erdkugel. Diese Methoden können prinzipiell sowohl bei kurzen als auch bei sehr großen Entfernungen herangezogen werden. Ein moderner Kartenplotter würde grundsätzlich orthodromsch rechnen. Der Kurs wird während der Reise regelmäßig angepasst.

In der Praxis ergeben sich daraus vier, in der SHS-Navigationsprüfung sogar nur drei Fragestellungen:

1. Koppelrechnung (loxodromsch) nach Mittelbreite
2. Besteckrechnung (loxodromsch) nach vergrößerter Breite
3. Besteckrechnung (orthodromsch)
4. Besteckrechnung (loxodromsch) nach Mittelbreite - nicht prüfungsrelevant

Für alle vier Fragestellungen sind die notwendigen Formelgrundlagen u.a. in der Formelsammlung im SSS-SHS-Begleitheft abgedruckt. Die direkt nutzbaren Formeln müssen jedoch für die jeweilige Fragestellung individuell zusammen- bzw. umgestellt werden.

Nur die drei prüfungsrelevanten Berechnungen werden im Folgenden vorgestellt.

1. Koppelrechnung loxodromsch für kürzere Entfernungen mit Mittelbreite

Diese Aufgabenstellung ergibt sich z.B. in den Astroaufgabe zur Bestimmung des zweiten Koppelortes bei einer Versegelung zwischen den Gestirnsbeobachtungen.

Gegeben sind: φ_A, λ_A, α (Kurs) und d (Distanz) Gesucht werden: φ_B und λ_B

Die notwendigen Formeln im SSS/SHS-Begleitheft:

3.1 Begriffe und Definitionen

Breitenunterschied $\Delta\varphi$:	$\varphi_B - \varphi_A$
Längenunterschied $\Delta\lambda$:	$\lambda_B - \lambda_A$
Breitendistanz b:	b [sm] ≙ $\Delta\varphi$ [′] b in Seemeilen entspricht $\Delta\varphi$ in Winkelminuten
Äquatormeridiandistanz ℓ:	ℓ [sm] ≙ $\Delta\lambda$ [′] ℓ in Seemeilen entspricht $\Lambda\lambda$ in Winkelminuten

3.2 Koppel- und Besteckrechnung nach Mittelbreite (In der Formelsammlung fehlt: „Koppel- und…“ im Titel)

Mittlere Breite φ_M:	$\varphi_M = ½ \cdot (\varphi_A + \varphi_B)$
Breitendistanz b:	$b = d \cdot \cos\alpha$
Äquatormeridiandistanz ℓ:	$\ell = \frac{a}{\cos\varphi_M}$
Abweitung a:	$a = d \cdot \sin\alpha$
Kurs α:	$\tan\alpha_r = \frac{\ell}{b} \cdot \cos\varphi_M$ α_r = viertelkreisig
Distanz d:	$d = \sqrt{a^2 + b^2}$
Bestimmungsort:	$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi$ $\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda$

Aus viertelkreisigem α_r wird vollkreisiges α:

Kurs	$\alpha_r > 0$	$\alpha_r < 0$
Ost	$\alpha = \alpha_r$	$\alpha = \alpha_r + 180°$
West	$\alpha = \alpha_r + 180°$	$\alpha = \alpha_r + 360°$

Aus obigen Formeln müssen jetzt die notwendigen in sinnvoller Reihenfolge genutzt werden:

Beispiel: φ_A: 24°17,5′ N, λ_A: 038°20,6′ W, α: 240°, d = 70 sm

Schritt	Formel	Beispielrechnung
1.	$b = d \cdot \cos\alpha \equiv \Delta\varphi$	$b = 70' \cdot \cos 240° = -35'$ Hinweis: b in ′ jedoch φ_B in °
2.	$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi$	$\varphi_B = 24°17{,}5' + (-0°35') = +23°42{,}5' = 23°42{,}5'$ N = φ_B
3.	$\varphi_M = ½ \cdot (\varphi_A + \varphi_B)$	$\varphi_M = ½ \cdot (24°17{,}5' + 23°42{,}5') = 24°00{,}0'$
4.	a in Formel für ℓ eingesetzt: $\ell = \frac{d \cdot \sin\alpha}{\cos\varphi_M} \equiv \Delta\lambda$	$\ell = \frac{70' \cdot \sin 240°}{\cos 24°} \approx -66{,}4'$ Hinweis: ℓ in ′ jedoch $\Delta\lambda$ in °
5.	$\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda$	$\lambda_B = -038°20{,}6' + (-0°66{,}4') = -39°27{,}0' = 039°27{,}0'$ W = λ_B
=	Ergebnis	Zielposition: φ_B = 23°42,5′ N, λ_B = 039°27,0′ W

2. Besteckrechnung loxodromsch mit vergrößerter Breite für größere Entfernungen

Diese Aufgabenstellung ergibt sich bei der Langfahrtplanung.

Gegeben sind: φ_A, λ_A, φ_B und λ_B Gesucht werden: α (Kurs) und d (Distanz)

Die notwendigen Formeln im SSS/SHS-Begleitheft:

3.3 Besteckrechnung nach vergrößerter Breite mit Tabelle „Vergrößerte Breite“

$\tan \alpha_r = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\Phi}$ $\Delta\Phi = \Phi_B - \Phi_A$ $\Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_A$

$d = \left|\frac{b}{\cos \alpha}\right|$ $b \triangleq \Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$

Aus obigen Formeln müssen die notwendigen in sinnvoller Reihenfolge genutzt werden.

Beispiel: φ_A: 40°35‘ N, λ_A: 071°40‘ W, φ_B = 50°23‘ N, λ_B = 005°10‘ W

Die beiden Breiten φ_A und φ_B werden in ihre jeweilige vergrößerte Breite Φ_A und Φ_B umgewandelt.

Dazu dient die Tabelle „Vergrößerte Breiten“ im Begleitheft/Formelsammlung.

Schritt	Tabelle / Formel	Beispielrechnung
1.	Mit Tabelle: $\varphi_A \rightarrow \Phi_A$, $\varphi_B \rightarrow \Phi_B$	φ_A: 40°35‘ N → Φ_A … φ_B: 50°23‘ N → Φ_B …
	Dazu wird in Schritten vorgegangen: Erst volle Grade mit 10er- Minuten, dann die 1er-Restminuten, abschließend die Endsumme.	→ 40°30‘ → 2662,0‘ 50°20‘ → 3505,7‘ → 5‘→ 5 · 1,32‘ = 6,6‘ 3‘→ 3 · 1,57‘ = 4,71‘ → $\Phi_A \approx$ 2668,6‘ N $\Phi_B \approx$ 3510,4‘ N
2.	$\Delta\Phi = \Phi_B - \Phi_A$	$\Delta\Phi$ = 3510,4 ‘ – 2668,6 ‘ = 841,8‘ ≈ 842‘ = +14°02‘ (N)
	$\Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_A$	$\Delta\lambda$ = (-5°10‘) - (-71°40‘) = +66°30‘ (E)
3.	$\alpha_r = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\Phi}\right)$	$\alpha_r = \tan^{-1}\left(\frac{66°30'}{14°02'}\right)$ = 78,08° ≈ 78°
4.	Aus vierte- α_r wird vollkreisiges α:	$\alpha_r > 0$ und Kurs Ost. Daher: $\alpha_r = \alpha$ = 78°
5.	$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi$ $\Delta\varphi \triangleq b$	b = 50°23‘ - 40°35‘ = +9°48‘ (N) = 588‘
6.	$d = \left\|\frac{b}{\cos \alpha}\right\|$	$d = \left\|\frac{588'}{\cos 78{,}08°}\right\|$ = 2846,8‘ ≈ 2847 sm = d (±20 sm) Die Genauigkeit von d ist sehr von α abhängig.
=	Ergebnisse	$Distanz_{lox}$ = 2847 sm; Kurs = 078°

Kurs	$\alpha_r > 0$	$\alpha_r < 0$
Ost	$\alpha = \alpha_r$	$\alpha = \alpha_r + 180°$
West	$\alpha = \alpha_r + 180°$	$\alpha = \alpha_r + 360°$

3. Besteckrechnung orthodromsch für sehr große Entfernungen

Diese Aufgabenstellung ergibt sich bei Langfahrtplanung.

Gegeben: φ_A, λ_A, φ_B und λ_B Gesucht: α_{Start}, α_{Ziel} (Start-, Ziel-Kurs) und d (Distanz)

Die notwendigen Formeln im SSS/SHS-Begleitheft:

3.4 Großkreisrechnung

3.4.1 Großkreisdistanz

$$\cos\delta = \sin\varphi_A \cdot \sin\varphi_B + \cos\varphi_A \cdot \cos\varphi_B \cdot \cos\Delta\lambda$$

$$d = \delta \cdot 60 sm/°$$

3.4.2 Anfangskurs

$$\tan\alpha_r = \frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_B \cdot \cos\varphi_A - \sin\varphi_A \cdot \cos\Delta\lambda}$$

Aus diesen Formeln müssen die notwendigen in sinnvoller Reihenfolge genutzt werden:

Beispiel: φ_A: 40°35‘ N, λ_A: 071°40‘ W, φ_B = 50°23‘ N, λ_B = 005°10‘ W

Schritt	Formel	Beispielrechnung
1.	$\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$	$\Delta\lambda$ = +066°30‘
2.	$\delta = \cos^{-1}(\sin\varphi_A \cdot \sin\varphi_B + \cos\varphi_A \cdot \cos\varphi_B \cdot \cos\Delta\lambda)$	δ = 46°02,0‘
3.	$d = \delta \cdot 60$ sm/°	d = 2762,0 sm
4.	$\alpha_r = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_B \cdot \cos\varphi_A - \sin\varphi_A \cdot \cos\Delta\lambda}\right)$	α_r = 54,33°
5.	Aus α_r wird α:	α_r > 0 und Ostkurs. Daher: $\alpha_r = \alpha \approx 54°$
=	Ergebnisse	Distanz$_{Orth} \approx$ 2762 sm; Start-Kurs ≈ 054°

Kurs	$\alpha_r > 0$	$\alpha_r < 0$
Ost	$\alpha = \alpha_r$	$\alpha = \alpha_r + 180°$
West	$\alpha = \alpha_r + 180°$	$\alpha = \alpha_r + 360°$

Der Zielkurs würde dadurch bestimmt, dass die Koordinaten von Start und Ziel vertauscht in dieselbe Kursformel eingesetzt werden und nach der α_r in α-Korrektur der Gegenkurs mit +180° bestimmt wird.

Zusätzlich könnten die Kurse an beliebigen Stellen der Route berechnet werden, was aber in den SHS-Prüfungen seit Jahren nicht mehr verlangt wurde und daher hier nicht behandelt wird.